

APÉNDICE XII. LA ENTROPÍA Y LA EVOLUCIÓN DEL UNIVERSO

por Juan Auping Birch con la asesoría de Erich Starke Fabres

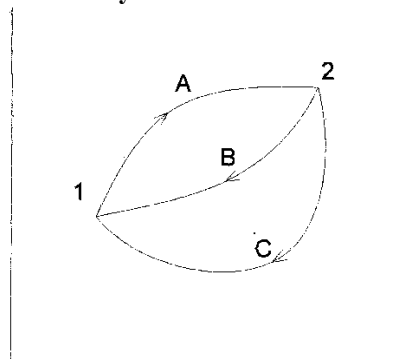
XII.1. La primera ley de la termodinámica

En la termodinámica, se dice que un sistema o volumen de control realiza trabajo W , si exporta energía que no sea calor Q , haciendo rotar un eje, o generando una diferencial de potencial eléctrico o, en las fronteras de un sistema cerrado, generando movimiento mecánico. El calor Q es una forma de energía transferida en las fronteras de un sistema cerrado o un volumen de control por medio de una diferencia de temperatura T .

Un sistema nunca contiene trabajo o calor, aunque contiene energía, sino que el trabajo y el calor son *formas de energía* (expresadas en Joules: $J = N * m$) que se observan en la frontera de un sistema o volumen de control. Por lo tanto, el trabajo y el calor son 1) *fenómenos transitorios*, 2) *funciones de trayectoria* (y no funciones de estado) y 3) *fenómenos de las fronteras del sistema o volumen de control*.

Supongamos que existen dos estados de un sistema, a saber el estado 1 y el estado 2 y tres trayectorias, a saber, trayectoria A, trayectoria B y trayectoria C. En el siguiente diagrama vemos dos ciclos, a saber 1-A-2-B-1 y 1-A-2-C-1:

Diagrama.- Los ciclos 1-A-2-B-1 y 1-A-2-C-1 en un sistema con dos estados 1 y 2



El flujo neto de calor en las fronteras de los estados 1 y 2, es equivalente a la exportación neta (exportación menos importación) del trabajo en las fronteras. Para el ciclo AB tenemos, entonces:

$$(1) \int_{1A}^{2A} \partial Q + \int_{2B}^{1B} \partial Q = \int_{1A}^{2A} \partial W + \int_{2B}^{1B} \partial W$$

Igualmente, para el ciclo AC:

$$(2) \int_{1A}^{2A} \partial Q + \int_{2C}^{1C} \partial Q = \int_{1A}^{2A} \partial W + \int_{2C}^{1C} \partial W$$

Restando (2) de (1), obtenemos:

$$(3) \int_{2B}^{1B} \partial Q - \int_{2C}^{1C} \partial Q = \int_{2B}^{1B} \partial W - \int_{2C}^{1C} \partial W$$

Por lo tanto:

$$(4) \int_{2B}^{1B} \partial Q - \int_{2B}^{1B} \partial W = \int_{2C}^{1C} \partial Q - \int_{2C}^{1C} \partial W$$

Invirtiéndolo la dirección del ciclo (multiplicando con -1):

$$(5) \int_{1B}^{2B} \partial Q - \int_{1B}^{2B} \partial W = \int_{1C}^{2C} \partial Q - \int_{1C}^{2C} \partial W$$

Ó, lo que es lo mismo:

$$(6) \int_{1B}^{2B} (\partial Q - \partial W) = \int_{1C}^{2C} (\partial Q - \partial W)$$

Así se comprueba que las trayectorias B y C son cuantitativamente iguales y por lo tanto *las relaciones cuantitativas entre calor y trabajo* ($\partial Q - \partial W$) *son independientes de la trayectoria y dependen únicamente de los estados inicial y final de un sistema o volumen de control, y constituyen, por lo tanto, una función de estado llamada energía:*

$$(7) dE = \partial Q - \partial W .$$

Para entender lo que sigue a continuación, hemos de familiarizarnos con **tres distinciones básicas de la termodinámica**:

I) Se distinguen, en primer lugar, entre a) un *sistema abierto* o *volumen de control*, por donde pasa una cantidad de masa (aire o líquido) por unidad de tiempo ($dm/dt \neq 0$); y b) un *sistema cerrado* con una cantidad de masa constante ($dm/dt = 0$).

II) Se distinguen, en segundo lugar, entre a) un sistema *adiabático* en donde la cantidad de energía de calor en el sistema es constante, es decir, que no recibe ni disipa calor Q de otro sistema o de sus alrededores ($\Delta Q = 0$) y b) un sistema *no adiabático* que recibe y disipa calor Q en interacción con otro sistema o con sus alrededores ($\Delta Q \neq 0$).

III) Se distinguen en tercer lugar, entre a) *ciclos reversibles*, donde el punto final del ciclo es el punto inicial del siguiente ciclo, con las mismas condiciones iniciales (estado 1 = estado 2); y b) *ciclos irreversibles* (estado 1 \neq estado 2) que se repiten, pero con condiciones iniciales diferentes.

La energía está compuesta de tres componentes, a saber energía cinética K , energía gravitacional (potencial) U_g y energía interna U . Por lo tanto:

$$(8) dE = dK + dU_g + dU$$

Por (7) y (8):

$$(9) \partial Q - \partial W = dK + dU_g + dU$$

Definimos la energía cinética y la gravitacional:

$$(10) K = \frac{1}{2} m \dot{R}^2 \Rightarrow \frac{dK}{dR} = m \dot{R} \Rightarrow dK = m \dot{R} dR \quad (\text{en donde } \dot{R} \text{ es la velocidad})$$

$$(11) U_g = \frac{-GMm}{R} \Rightarrow \frac{dU_g}{dR} = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow dU_g = \frac{GMm}{R^2} dR \quad (G \text{ es constante gravitacional})$$

Sustituimos (10) y (11) en (9):

$$(12) \partial Q - \partial W = m \dot{R} dR + \frac{GMm}{R^2} dR + dU$$

Integrando obtenemos la **primera ley de la termodinámica para un sistema cerrado y no adiabático**:

$$(13) Q_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{2} m (\dot{R}_2^2 - \dot{R}_1^2) - \left(\frac{GMm}{R_2} - \frac{GMm}{R_1} \right) + U_2 - U_1$$

Para obtener la forma específica de esta ley, se divide todos los términos entre la unidad de masa m ($q = Q/m$; $u = U/m$, etc.). Si, además, definimos $g = \frac{GM}{R^2}$, podemos simplificar la ecuación todavía más para operaciones en la superficie terrestre, donde la diferencia de los dos radios R_2 y R_1 es muchísimo menor que el radio R_2 o R_1 ($dR = R_2 - R_1 \ll R_2$), como es el caso de un objeto que cae desde cierta altura ($z_2 - z_1$), mínima en comparación con el radio de la Tierra, sobre la superficie de la Tierra,¹⁸⁴³ y obtenemos la **primera ley de la termodinámica para un sistema cerrado y no adiabático**:

$$(14) q_{1 \rightarrow 2} - w_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{2} (\dot{R}_2^2 - \dot{R}_1^2) + g(z_2 - z_1) + u_2 - u_1$$

Para un sistema abierto o volumen de control, en las mismas circunstancias terrestres, se tiene que tener en cuenta que $dm/dt \neq 0$, y que la entalpía se define como $h = u + Pv = u + P/\rho$,

¹⁸⁴³ Algunos libros definen $g = GM/R^2$, por ejemplo la aceleración gravitacional en la superficie de la Tierra es $g_T = (6.673 \cdot 10^{-11})(5.974 \cdot 10^{24})/(6.378 \cdot 10^6)^2 \approx 9.8$, pero el problema es que al integrar la (12), sacan g de la integral, como si fuera una constante y obtienen en (13) $\int_1^2 g m dR = g m \int_1^2 dR = g m (R_2 - R_1)$, lo que es una simplificación, dado que, en realidad, $R_2 = R_1 + dR$ y

$$q_{1 \rightarrow 2} - w_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{2} (\dot{R}_2^2 - \dot{R}_1^2) + g \left(R_2 - \frac{R_1^2 + 2R_1 dR + (dR)^2}{R_1} \right) + u_2 - u_1.$$

Solamente si fuera cierto que $dR = R_2 - R_1 \ll R_2$, de modo que $2R_1 dR + (dR)^2 \ll R_2$, se podría omitir $2R_1 dR + (dR)^2$ de la ecuación, lo que justificaría la simplificación, como es el caso de un objeto con masa m que cae desde cierta altura dR sobre la superficie de la Tierra que tiene un radio de $R \cong 6.378 \text{ km}$ hasta su centro. Compara, p.e. Kenneth Wark & Donald Richards, *Termodinámica* (2001): 36.

suponiendo un estado estacionario y propiedades constantes en el área de la única entrada y la única salida:

$$(15) \quad q_{1 \rightarrow 2} - w_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{2} (R_2^2 - R_1^2) + g(z_2 - z_1) + h_2 - h_1$$

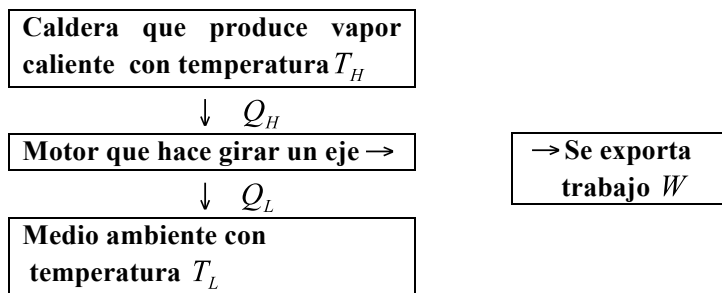
XII.2. La segunda ley de la termodinámica

A continuación, se analiza la segunda ley de la termodinámica, de la entropía. Recordemos de la Sección 24.1 las relaciones entre calor y trabajo en una máquina térmica de vapor y un refrigerador. Supongamos que en una máquina, la temperatura de la caldera es T_H y la del medio ambiente donde se disipa Q_L es T_L . En una máquina térmica, el trabajo es:

$$(16) \quad W = Q_H - |Q_L|$$

Si $Q_H = 200 \text{ kJ}$ y $Q_L = -180 \text{ kJ}$, el trabajo mecánico exportado es $W_S = +20 \text{ kJ}$.

Imagen.- La máquina de vapor



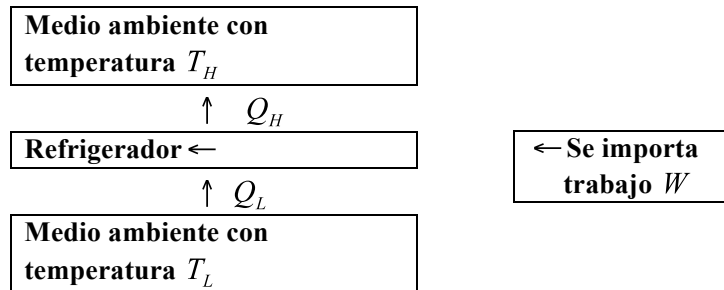
Se define la eficiencia térmica η_t de una máquina térmica como la proporción de la energía de calor recibida (Q_H) que se transforma en trabajo útil W_S . El resto del calor se disipa (Q_L). La eficiencia térmica η_t de una máquina térmica es:

$$(17) \quad \eta_t = \frac{W}{Q_H} = \frac{Q_H - |Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}$$

En el ejemplo, $W_S = 200 - |-180| = 20$ y $\eta_t = \frac{20}{200} = 1 - \frac{|-180|}{200} = 10\%$.

En el caso de un refrigerador, el proceso se invierte: con trabajo W_S que se importa, el sistema extrae calor de su interior (Q_L) y lo exporta (Q_H), por ejemplo hacia el medio ambiente. Por ejemplo, si el refrigerador extrae de su interior $Q_L = 50 \text{ kJ}$ y exporta $Q_H = -200 \text{ kJ}$, el trabajo importado es $W_S = -150 \text{ kJ}$.

Imagen. Un refrigerador



En un refrigerador:

$$(18) |Q_H| > Q_L \text{ y}$$

$$(19) W = Q_L - |Q_H|$$

De (18) y (19):

$$(20) W < 0$$

El coeficiente de rendimiento β de un refrigerador se define como:

$$(21) \beta = \frac{Q_L}{|W|} = \frac{Q_L}{|Q_H| - Q_L} = \frac{1}{|Q_H|/Q_L - 1}$$

$$\text{P.e., si } W_S = 50 - |-200| = 50 - 200 = -150 \Rightarrow \beta = \frac{50}{|-150|} = \frac{1}{|-200|/50 - 1} = 33.3\%$$

No todo ciclo reversible es un ciclo de Carnot, pero *todo ciclo de Carnot es un ciclo reversible*. En el caso de un ciclo de Carnot —que representa un caso ideal que no existe en la realidad, como un límite al que un sistema abierto o volumen de control puede tender—, la eficiencia de una máquina térmica es máxima, aunque nunca 100%.

Ahora bien en el ciclo de una máquina térmica:

$$(25) \int \partial Q = \int_1^2 \partial Q + \int_2^1 \partial Q = |Q_H| - |Q_L|$$

Dividimos entre la temperatura T :

$$(26) \frac{1}{T_H} \int_1^2 \partial Q + \frac{1}{T_L} \int_2^1 \partial Q = \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_L|}{T_L}$$

Dado que T_H y T_L son constantes, se obtiene la variación de la entropía ΔS en un ciclo de una máquina térmica

$$(27) \Delta S_{\text{ciclo máquina térmica}} = \int_1^2 \frac{\partial Q}{T_H} + \int_2^1 \frac{\partial Q}{T_L} = \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_L|}{T_L}$$

En el caso de un refrigerador, la variación de la entropía ΔS en un ciclo es:

$$(28) \Delta S_{\text{ciclo refrigerador}} = \frac{|Q_L|}{T_L} - \frac{|Q_H|}{T_H}$$

A continuación se analizan *ciclos simples que consisten de dos procesos*, a saber, un proceso que va de un estado 1 a otro estado 2 y luego otro proceso que regresa del estado 2 al estado 1. El ciclo $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ puede ser *reversible* o *irreversible*.

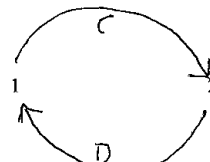
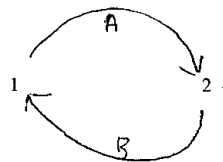
Imagen. Un ciclo reversible y un ciclo irreversible

CICLO REVERSIBLE

CICLO IRREVERSIBLE

A) proceso reversible

C) proceso reversible



B) proceso reversible

D) proceso irreversible

Dadas las tres distinciones arriba mencionadas, existen, en teoría, varias combinaciones de tres propiedades, de las cuales veremos las siguientes:

- I) La *máquina térmica* (un sistema cerrado, no-adiabático). Veremos el caso ideal de una máquina térmica con *ciclo reversible*, y el caso real de un *ciclo no reversible*.
- II) El *refrigerador* (un sistema cerrado, no-adiabático). Veremos el caso ideal de un refrigerador con *ciclo reversible*, y el caso real de un *ciclo no reversible*.
- III) El Universo, en teoría, podría ser *un sistema cerrado y adiabático*, que, en teoría, puede tener un *ciclo reversible* —primero se expande y luego colapsa, con geometría cerrada—, aunque en los hechos, se trata de *un proceso irreversible*, a saber, la expansión adiabática en una geometría plana o abierta.

a) Una máquina térmica, con un ciclo reversible

$$(28) W_{\text{rev}} = \int \partial Q = |Q_H| - |Q_L| > 0$$

$$(29) \Delta S_{\text{proceso A}} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\partial Q}{T} = \frac{|Q_H|}{T_H}$$

$$(30) \Delta S_{\text{proceso B}} = S_1 - S_2 = \int_2^1 \frac{\partial Q}{T} = \frac{-|Q_L|}{T_L}$$

Según **la propuesta de Lord Kelvin**, que se ha corroborada en los hechos, la razón de los flujos de calor y la razón de la temperatura alta T_H y baja T_L en un ciclo de Carnot (*reversible* y *no adiabático*) son equivalentes. Lord Kelvin formuló la siguiente hipótesis para un ciclo reversible:

$$(31) \frac{|Q_H|}{|Q_L|} = \frac{T_H}{T_L} \Rightarrow \frac{|Q_H|}{T_H} = \frac{|Q_L|}{T_L}$$

De (29), (30) y (31) se obtiene *la variación de la entropía en un ciclo reversible*:

$$(32) \Delta S_{\text{CICLO REVERSIBLE}} = \int_1^2 \frac{\partial Q}{T_H} + \int_2^1 \frac{\partial Q}{T_L} = \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_L|}{T_L} = 0$$

Los dos términos del lado izquierdo representan juntos el ciclo completo y pueden anotarse en forma breve como $\int \frac{\partial Q}{T}$, de modo que

$$(33) \Delta S_{\text{CICLO REVERSIBLE}} = \int \frac{\partial Q}{T} = \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_L|}{T_L} = 0$$

Dado que la variación de la entropía en los alrededores tiene que ver con la variación de la entropía en el sistema no adiabático, por (33) se sigue que:

$$(34) \Delta S_{\text{ENTORNO}} = 0$$

Dado que la variación de la entropía total es la suma de la variación de la entropía en el sistema y la variación de la entropía en los alrededores, se sigue, por (33) y (34):

$$(35) \Delta S_{\text{TOTAL}} = 0$$

b) Una máquina térmica, con un ciclo irreversible.

$$(36) W_{\text{irrev}} = \int \partial Q = |Q_H| - |Q_L| > 0 \quad \text{y}$$

$$(37) W_{\text{rev}} > W_{\text{irrev}}$$

Dado que, comparando procesos reversibles e irreversibles:

$$(38) Q_{L \text{ IRREVERSIBLE}} > Q_{L \text{ reversible}}$$

y dado que (véase arriba):

$$(39) \Delta S_{\text{CICLO REVERSIBLE}} = \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_{L \text{ REVERSIBLE}}|}{T_L} = 0$$

se sigue que:

$$(40) \Delta S_{\text{CICLO IRREVERSIBLE}} = \int \frac{\partial Q}{T} = \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_{L \text{ IRREVERSIBLE}}|}{T_L} < 0$$

Ahora bien:

$$(41) \Delta S_{ENTORNO} > 0 \quad \text{y}$$

$$(42) |\Delta S_{ENTORNO}| > |\Delta S_{CICLO IRREVERSIBLE}|$$

Y, por definición:

$$(43) \Delta S_{TOTAL} = \Delta S_{SISTEMA} + \Delta S_{ENTORNO}$$

Por (40), (41), (42) y (43), obtenemos:

$$(44) \Delta S_{TOTAL} > 0$$

c) Un refrigerador, con un ciclo reversible

$$(45) W_{rev} = \int \partial Q = |Q_L| - |Q_H| < 0$$

Por la propuesta de Kelvin (ecuación 31):

$$(46) \Delta S_{SISTEMA} = \int \frac{\partial Q}{T} = \frac{|Q_L|}{T_L} - \frac{|Q_H|}{T_H} = 0$$

$$(47) \Delta S_{ENTORNO} = 0$$

$$(48) \Delta S_{TOTAL} = \Delta S_{SISTEMA} + \Delta S_{ENTORNO}$$

De (46), (47) y (48):

$$(49) \Delta S_{TOTAL} = 0$$

d) Un refrigerador, con un ciclo irreversible

$$(50) W_{rev} = \int \partial Q = |Q_L| - |Q_H| < 0$$

$$(51) \Delta S_{SISTEMA} = \int \frac{\partial Q}{T} = \frac{|Q_L|}{T_L} - \frac{|Q_H|}{T_H} < 0$$

$$(52) \Delta S_{ENTORNO} > 0$$

$$(53) \Delta S_{ENTORNO} > \Delta S_{SISTEMA}$$

$$(54) \Delta S_{TOTAL} = \Delta S_{SISTEMA} + \Delta S_{ENTORNO}$$

De (51), (52), (53) y (54)

$$(55) \Delta S_{TOTAL} > 0$$

XII.3. La desigualdad de Clausius y la ley de la variación de la entropía total

De los apartados anteriores se desprende *la desigualdad de Clausius*, a saber *que en todo ciclo de cualquier sistema, la entropía ó disminuye ó sigue igual, pero nunca aumenta:*

$$(56) \Delta S_{CICLO SISTEMA} = \int \frac{\partial Q}{T} \Big|_{CICLO} \leq 0 \Big|_{=0 \text{ en ciclo reversible}} \Big|_{<0 \text{ en ciclo irreversible}}$$

Sin embargo, de los mismos apartados se desprende **la segunda ley de la termodinámica**, la cual afirma que, en un proceso, la entropía total de un sistema *más su entorno* siempre aumenta o queda igual, pero nunca disminuye. *Solamente en un sistema con ciclo reversible y adiabático la entropía total es cero.*

$$(57) \Delta S_{TOTAL} \geq 0 \begin{cases} =0 & \text{ciclo reversible} \\ >0 & \text{ciclo irreversible} \end{cases}$$

Cabe aclarar que el enunciado que afirma que la variación de la entropía total de *un sistema más su entorno* siempre aumenta o queda igual, es el enunciado axiomático. Una consecuencia de este axioma es el enunciado que la entropía del entorno es mayor o igual a la entropía del sistema ($\Delta S_{ENTORNO} \geq \Delta S_{SISTEMA}$).

XII.4. La expansión del Universo concebido como un sistema cerrado y adiabático

En este apartado analizamos la primera y segunda leyes de la termodinámica, en el caso del Universo.

XII.4.1. La primera ley de la termodinámica para el Universo

Con respecto a **la primera ley**, hemos de tomar en cuenta, en primer lugar, que el Universo es un *sistema cerrado* ($dm/dt = 0$) y, *además, adiabático, que no realiza trabajo* ($q_{1 \rightarrow 2} = w_{1 \rightarrow 2} = 0$). En segundo lugar, parto del supuesto que, en el Universo, la energía interna tiene una baja participación en la energía total ($U_{UNIVERSO} \ll E_{UNIVERSO}$) y varía poco con el tiempo ($U_2 \approx U_1$), de modo que, al sacar la energía interna de la ecuación, obtendremos una buena aproximación a la realidad. Con estas dos observaciones, **la primera ley de la termodinámica para el Universo** queda como sigue

$$(58) \frac{1}{2}(R_2^2 - R_1^2) \cong GM\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

Se comprueba que *en un Universo en expansión adiabática, la energía cinética disminuye en la medida que la gravitacional aumenta:*

XII.4.2. La segunda ley de la termodinámica para el Universo

Ahora toca analizar **la segunda ley** de la termodinámica en el caso del Universo, en dos variantes:

- 1) un Universo cerrado ($k = +1, \Omega > 1$), como sistema cerrado ($(dm/dt) = 0$), adiabático, que no realiza trabajo ($\partial Q = 0, \partial W = 0$) y **reversible**, con ciclos sucesivos de expansión y colapso
- 2) un Universo plano ($k = 0, \Omega = 1$) ó abierto ($k = -1, \Omega < 1$) como sistema cerrado ($(dm/dt) = 0$), adiabático, que no realiza trabajo ($\partial Q = 0, \partial W = 0$) e **irreversible**, con expansión eterna.

En todos los casos, se trata de un Universo como sistema cerrado y adiabático, de modo que $\Delta S_{\text{SISTEMA}} = \Delta S_{\text{TOTAL}}$. Primero veremos el caso uno de una expansión reversible.

XII.4.2.1. El Universo como sistema cerrado, con expansión adiabática reversible

$$(59) W_{\text{rev}} = \int \partial Q = |Q_H| - |Q_L| = 0$$

$$(60) \Delta S_{\text{UNIVERSO PLANO O ABIERTO}} = \int \frac{\partial Q}{T} = \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_L|}{T_L} = 0$$

$$(61) \Delta S_{\text{TOTAL}} = \Delta S_{\text{UNIVERSO}}$$

Por (60) y (61):

$$(62) \Delta S_{\text{TOTAL}} = \int \frac{\partial Q}{T} = \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_L|}{T_L} = 0$$

Hemos comprobado que *la entropía en un Universo con expansión adiabática reversible, con ciclos sucesivos de expansión y colapso, y, por lo tanto, con geometría cerrada, es igual a cero.*

XII.4.2.2. El Universo como sistema cerrado, con expansión adiabática irreversible

En un ciclo reversible:

$$(63) \int \frac{\partial Q}{T} = \int_1^2 \frac{\partial Q}{T} \Big|_{1 \rightarrow 2} + \int_2^1 \frac{\partial Q}{T} \Big|_{2 \rightarrow 1} = 0$$

En un ciclo irreversible:

$$(64) \int \frac{\partial Q}{T} = \int_1^2 \frac{\partial Q}{T} \Big|_{1 \rightarrow 2} + \int_2^1 \frac{\partial Q}{T} \Big|_{2 \rightarrow 1} < 0$$

Restando (1) de (2), obtenemos:

$$(65) \int_2^1 \frac{\partial Q}{T} \Big|_{2 \rightarrow 1}^{\text{irrev}} - \int_2^1 \frac{\partial Q}{T} \Big|_{2 \rightarrow 1}^{\text{rev}} < 0 \Rightarrow \int_2^1 \frac{\partial Q}{T} \Big|_{2 \rightarrow 1}^{\text{irrev}} < \int_2^1 \frac{\partial Q}{T} \Big|_{2 \rightarrow 1}^{\text{rev}}$$

En un ciclo reversible

$$(66) \int_2^1 \frac{\partial Q}{T} \Big|_{2 \rightarrow 1}^{\text{rev}} = \int_1^2 \frac{\partial Q}{T} \Big|_{1 \rightarrow 2}^{\text{rev}}$$

De (65) y (66):

$$(67) \int_1^2 \frac{\partial Q}{T} \Big|_{1 \rightarrow 2}^{\text{rev}} > \int_2^1 \frac{\partial Q}{T} \Big|_{2 \rightarrow 1}^{\text{irrev}}$$

Ahora bien, por definición::

$$(68) (S_2 - S_1)|_{rev} = \int_1^2 \frac{\partial Q}{T}|_{rev}$$

De (67) y (68) obtenemos:

$$(69) (S_2 - S_1)|_{rev} > \int_2^1 \frac{\partial Q}{T}|_{irrev}$$

Dado que la entropía es una función de estado que no depende de la trayectoria, se sigue que:

$$(70) (S_2 - S_1)|_{rev} = (S_2 - S_1)|_{irrev}$$

De (69) y (70) obtenemos:

$$(71) (S_2 - S_1)|_{irrev} > \int_2^1 \frac{\partial Q}{T}|_{irrev}$$

Dado que en un proceso adiabático:

$$(72) \partial Q = 0 \Rightarrow \int_2^1 \frac{\partial Q}{T}|_{irrev} = 0$$

se sigue que la variación de la entropía en un proceso irreversible de expansión adiabática es:

$$(73) (S_2 - S_1)|_{irrev} > 0$$

Hemos comprobado que **la entropía en un Universo con expansión adiabática irreversible (con geometría plana o abierta) es mayor que cero, es decir, va siempre en aumento.**

XII.4.3. La entropía en un subsistema del Universo: el caso de la Tierra

A diferencia del Universo, cualquier subsistema del Universo es abierto (recibe y expulsa materia) y no-adiabático (recibe y disipa calor). Veamos el caso del planeta Tierra, que sin duda es un caso muy especial, por la evolución de vida compleja y el geo-ecosistema en ella existente. *El caso de la Tierra es comparable con el caso de una máquina térmica irreversible.* La máquina térmica recibe calor de una fuente, por ejemplo, una caldera, y la Tierra recibe energía de calor del Sol. La máquina de vapor transforma una parte del calor en trabajo y el resto del calor se disipa hacia el entorno. La Tierra recibe una mínima parte del calor que el Sol irradia, el resto se disipa al cosmos. De esta mínima parte recibida, la Tierra transforma una buena parte en trabajo, por medio de organismos vivos y máquinas industriales, y disipa otra parte al cosmos. Por lo tanto:

$$(74) W_{TIERRA} = \int \partial Q = |Q_H| - |Q_L| > 0$$

La entropía del sistema Tierra, al aumentar la cantidad de organismos complejos, sobre todo de la especie *homo sapiens*, y máquinas industriales, tiene signo negativo. Importamos mucho más energía de calor del cosmos de lo que exportamos:

$$(75) \Delta S_{TIERRA} = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_L|}{T_L} < 0$$

Este fenómeno de la variación negativa de la entropía en un subsistema no adiabático del Universo es lo que algunos físicos, como Prigogine y Davies (véase Sección 24.1) han llegado a llamar “exportación de entropía”. Por otro lado, en el entorno de la Tierra (el Sol y el cosmos), al disipar el Sol enormes cantidades de energía de calor hacia el frío cosmos, la entropía va en aumento;

$$(76) \Delta S_{ENTORNO} > 0$$

Obviamente, en términos absolutos, el incremento de la entropía del cosmos es mucho mayor que la disminución de la entropía en la Tierra:

$$(77) |\Delta S_{ENTORNO}| > |\Delta S_{SISTEMA}|$$

Y, por lo tanto, la entropía total de la Tierra más la del cosmos va en aumento:

$$(78) \Delta S_{TOTAL} = \Delta S_{SISTEMA} + \Delta S_{ENTORNO} > 0$$

Hemos comprobado que *la variación de la entropía en subsistemas del Universo, como la Tierra, comparables con máquinas térmicas irreversibles, puede ser negativa durante miles de millones de años, hasta sucumbir al incremento de la entropía en su entorno, que es el Universo.*